Сулейменова Зоя Изтелеуовнаның
«8D05401-Математика» білім беру бағдарламасы бойынша
PhD философия докторы ғылыми дәрежесін алу үшін
«Кейбір кездейсоқ параболалық теңдеулер мен теңдеулер жүйелері шешімдерінің асимптотикалық беталыстары және оларды орталандыру сұрақтары туралы»
тақырыбында дайындалған диссертациялық жұмысының

Андатпасы

Стохастикалық анализ бағыты қазіргі заманғы математиканың теориялық та, қолданбалылық тұрғыдан да ең маңызды бағыттарының бірі екендігі жалпы математика ғылыми қауымы үшін белгілі жайт. Қазіргі кезде бұл ғылым бағыты дәстүрлі ықтималдықтар теориясы мен математикалық статистикаға негізделе отырып, осы ғылыми бағыттардың қолданыстары ретінде пайда болған жаңа актуарлық, қаржылық және сақтандыру математикасы т.с.с. секілді жаңа ғылыми бағыттардың пайда болуына алып келді. Сонымен бірге турбуленттіктер теориясының А.Н.Колмогоров ұсынған математикалық көзқарас тұрғысындағы жалпы теориясы да осы стохастикалық анализ теориясына негізделгені белгілі.

Сондықтан стохастикалық анализ саласы бойынша атқарылатын жұмыстар бұрынғы белгілі жұмыстарды идеялық тұрғыдан ары қарай жалғастырып, жалпыландырылған нәтижелер алумен бірге, жаңа модельдер енгізуді және осы модельдер аясында жаңа нәтижелер алуды және оларды талдауды талап етеді.

Зерттеу мақсаты. Классикалық емес шектік теоремалардың жаңа нұсқаларын дәлелдеу; Кейбір кездейсоқ параболалық теңдеулердің шешімдерінің процесс траекториясы бойымен алынған шартты математикалық күтімдер терминдеріндегі жазылымдары туралы теоремаларды дәлелдеу, шешімдердің асимптотикалық нормалдылығын дәлелдеу және дельта– корреляцияланған ағындағы жылу өткізгіштік теңдеуін орталандыру; Стохастикалық мультипликативтік интеграл үшін Ферстенберг типтес теореманы дәлелдеу; Марковтық сызықтық модельдегі магнит өрісі эволюциясын зерттеу; Дискретті кинематикалық динамо моделін анықтау және бұл модельдегі Ляпуновтың жоғарғы көрсеткіші үшін айқын формулала алу және фазалық өту құбылысы орын алатындығын дәлелдеу.

Зерттеу нысаны. Тәуелсіз кездейсоқ шамалардың қосындылары; Параболалық теңдеулер шешімдерінің теңдеу арқылы анықталатын кездейсоқ процесстің траекториясы бойымен алынған шартты математикалық күтімдері арқылы жазылымдары және шешімдерді осы жазылымдарды пайдаланып зерттеу; Сығылмайтын сызықты марковтық жылдамдық ағыны, осы ағындағы магниттік индукция теңдеуі және теңдеумен байланысты анықталған марковтық стохастикалық мультипликативтік интеграл (матрицант) үшін Ферстенберг типтес теорема; Кинематикалық динамоның дискретті моделі және осы

модельдегі магнит өрісі үшін фазалық ауысу құбылысы.

Зерттеу әдістері. Қолданылатын әдістер– ықтималдықтар теориясының сипаттамалық функциялар және ілесе жүруші үлестірімдер әдістері; кездейсоқ процестер теориясының дифференциалдық теңдеулер әдісі; мультипликативтік интегралдар теориясының әдістері; стохастикалық дифференциалдық теңдеулер теориясының және кездейсоқ процесстер теориясының қазіргі заманғы әдістері.

Ғылыми жаңалығы. Қорғауға ұсынылған негізгі нәтижелер.

Классикалық емес шектік теоремалардың бірнеше нұсқасы Леви ара қашықтығы терминінде, үлестірім функциялары кеңістігінде енгізілді. Сипаттамалық функциялар әдісі және ілесе жүруші үлестірімдер әдісі қолданылып, Линдеберг–Феллердің орталық шектік теоремаларының жалпыға бірдей жалпылануы көрсетілді. Классикалық орталық шектік теоремаларды маңызды түрде жалпылайтын жаңа тұжырымдардың дәлелденді.

Параболалық теңдеулер мен олардың жүйелері инфинитезималдық операторлары кездейсоқ процесс ретінде анықталған теңдеулер ретінде қайта жазылды. Шартты математикалық күтімдер арқылы шешімдердің сипаттамалары көрсетілді. Лаплас түрлендірулері арқылы кейбір теңдеулердің шешімдері қарапайым тұрақты дифференциалдық теңдеуге келтірілетіндігі дәлелденді. «Ақ шу» типтес кездейсоқ процеспен ұйытқытылған параболалық теңдеудің шешімінің асимптотикалық нормалдылығы көрсетілді. Кездейсоқ параболалық теңдеулерді орталандыру жағдайында орташа температура және екі нүктедегі орташа температура өрістеріне сәйкес параболалық теңдеулер шығарылды.

Сығылмайтын сызықтық марковтық модель енгізіліп, магнит өрісінің эволюциясы үшін арнайы мультипликативтік стохастикалық интеграл (матрицант) алынған. Л.Хермандердің теориясы негізінде параболалық оператор мен қатаң оң өту тығыздығы бар кездейсоқ процестерге арналған Ферстенберг типтес теорема дәлелденді. Кинематикалық динамоның дискретті моделі ұсынылды, оның ықтималдық сипаттамасы зерттелді.

Магнит өрісінің Ляпунов көрсеткіштері мен сәттерінің (моменттерінің) нақты формулалары анықталды.

Магнит өрісінің энергиясының экспоненциалды өсу және кему аралықтары (фазалық өту құбылысы) анықталды. Магнит өрісінің динамикасы мен тұрақтылығын сипаттайтын жаңа стохастикалық модельдер мен нақты есептеу формулалары жасалды, Ферстенберг типтес теореманы магнит өрісіне қолдану тәжірибесі берілді.

Аппробация. Диссертациялық жұмыстың нәтижелері бірнеше «Third International Conference on Analysis and Applied Mathematics» (Institute of Mathematics and Mathematical Modeling. Almaty, Kazakhstan. ICAAM 2016.), «VI congress of the Turkic world mathematical society» (2-5 қазан 2017. Astana, Kazakhstan. TWMS 2017.), «Актуальные проблемы чистой и прикладной математики» (22–25 тамыз 2017, Алматы), "Прикладная математика, управление и информатики" (3-5 қазан 2012., Белгород, Россия), «Actual problems of stochastic analysis» (20 – 21 ақпан 2021, Tashkent, Uzbekistan),

«TWMS 2017. VI congress of the Turkic world mathematical society» (2-5 қазан 2017. Astana, Kazakhstan), «Теоретические и прикладные вопросы математики, механики и информатики» (12-13 маусым 2019, Караганда, Казахстан), «Limit theorems of probability theory and mathematical statistics» (26-28 қыркүйек 2022, Tashkent, Uzbekistan) сияқты халықаралық ғылыми конференциясында және әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті механика-математика факультеті «Математика» кафедрасының және «Есептеу ғылымдары және статистика» кафедрасының ғылыми семинарларында баяндама жасалынды және талқылаудан өтті.

Жарияланымдар. Диссертациялық зерттеу жұмысының нәтижелері бойынша 17 жұмыс жарияланды, оның ішінде:

— Халықаралық Web of Science және Scopus деректер қорында 3 мақала

1. *N.Akanbay, S.A.Molchanov, Z.I. Suleimenova.* Theorem of Furstenberg type for multiplicative stochastic integrals. - Random operatore and Stochastic equations., 28:3 (2020), 163-176. (DOI:10.1515/rose-2020-2035, (Scopus - 11%, Web of Science - Q4, SJR= 0.164)

2. *N. Akanbay., Z.I.Suleimenova., S.K.Tapeyeva.* The multiplicative integral and the evolution of the magnetic field in the Marcov linear model - Journal of Mathematics, Mechanics and Computer Science, 2025, Volume 126, issue 2, Pages 25-40. (DOI: 10.26577/jmmcs2025126202), (Скопус 18%,Web of Science - Q4, SJR= 0.272)

3. *Н.Аканбай., С.А.Молчанов., З.И.Сулейменова.* Модель кинематического динамо – Успехи математических наук, 79:4 (478), 2024, 171-172. *N.Akanbay., S.A.Molchanov Z.I.Suleimenova.* Model of discrete kinematic dynamo- Russian Mathematical Surveys, 2024, Volume 79, Issue 4, Pages 724–726. (DOI:10.4213/rm10190), (Scopus - 66%, Web of Science - Q1, SJR= 0.684)

—ҚР Ғылым және Жоғары білім министрлігі ғылым және білім комитеті ұсынған журналдардан 6 мақала

1. Аканбай Е.Н., Сулейменова З.И. “О моментных уравнениях магнитного поля в случайных марковских линейных течениях”. Вестник КазГУ. Серия матем, мех,инф. № 12 1998г, с. 192-198. 7 стр. МРНТИ: 27.35.29,
2. Н.Аканбай, А.Б.Ахмедов, Сулейменова З.И. «О некоторых вариантах неклассической центральной предельной теоремы». Вестник КазНУ, сер. мат., мех., инф. 2013. № 2 (77), с. 52-64. МРНТИ: 27.43.15.
3. Н.Аканбай., Сулейменова З.И. О вероятностных происхождениях некоторых комбинаторных соотношений. Вестник КазНПУ им Абая, серия «физико-математические науки» №2(50) 2015. С.14-20.
4. Сулейменова З.И. О вероятностном представлении решения задачи Коши для одного параболического уравнения и его применениях. - Вестник Кыргызско-Российского Славянского университета– 2016, т. 16, № 9, с. 25-31.

5. Akanbay N., Suleymenova Z.. On the probabilistic solution of the Cauchy problem for parabolic equations - Al-Farabi Kazakh National University (Journal of Mathematics, Mechanics and Computer Science), № 2 (94), 2017. - p. 21-34.

6. Аканбай Е.Н., Сулейменова З.И., Тапеева С.К. Асимптотическая нормальность решения параболического уравнения со случайными быстро осциллирующими коэффициентами- Вестник КазНИТУ, 2020. № 6 (142) – с. 572-581.

— Халықаралық конференцияның тезистер жинағында 8 жарияланым

1. *Akanbay N., Suleymenova Z., Tapeeva S.* On asymptotic normality of solutions of the Cauchy problem of a parabolic equation with random right side - ICAAM 2016. Third International Conference on Analysis and Applied Mathematics. Institute of Mathematics and Mathematical Modeling. Almaty, Kazakhstan. The Abstract Book, p. 201

2. *Akanbay N., Nurkhanova M.S. Suleimenova Z.I.* On averaging of the equation of thermal conductivity in a random delta-correlated flow - TWMS 2017. VI congress of the Turkic world mathematical society. Octobor, 2-5, 2017. Astana, Kazakhstan. The Abstract Book - p. 287 – 288

3. *Аканбай Н.,Сулейменова З.И.,* Об асимптотических поведениях решений некоторых случайных параболических уравнений - Материалы Международной конференции «Актуальные проблемы чистой и прикладной математики» - Алматы, 22–25 августа 2017. - 87-88 с.

4. *Аканбай Н.,Сулейменова З.И., Тапеева С.К.* О моментных уравнениях температурного поля в случайном потоке с мгновенной по времени корреляцией - Сборник трудов Международной научной конференции "Прикладная математика, управление и информатики", 3-5 октября 2012., Белгород (Россия). Том I, с.16-19.

5. *Аканбай Н., Сулейменова З.И., Тапеева С.Қ.* Об осреднении уравнения температурного поля в дельта – коррелированном по времени случайном течении - Procedings of scientific conference «Actual problems of stochastic analysis» – February 20 – 21, 2021, Tashkent, Uzbekistan. - p.113-116

6. *Akanbay N., Nurkhanova M.S. Suleimenova Z.I.* Linear model of the hydromagnetic dynamo and multiplicative products of Markov random matrices - TWMS 2017. VI congress of the Turkic world mathematical society. Octobor, 2-5, 2017. Astana, Kazakhstan. The Abstract Book, p. 286 - 287

7. *Аканбай Н., Сулейменова З.И., Тапеева С.Қ.* Эволюции магнитного поля в марковской линейной модели- Материалы Международной научной конференци «Теоретические и прикладные вопросы математики, механики и информатики», 12-13 июня 2019 года, Караганда, Казахстан, стр. 61 – 62.

8. *Akanbay N., Suleimenova Z.I., Tapeyeva S.K.* Multiplicative integral and asymptotic analisis of the magnetic field equation in the Marcov lintar model - Abstracts of communications. International conference «Limit theorems of probability theory and mathematical statistics» - September 26-28, 2022, Tashkent, Uzbekistan. - p. 8 – 10.

Диссертацияның құрылымы. Диссертациялық жұмыс нормативтік

сілтемелерден, кіріспеден, негізгі үш бөлімнен (әр бөлім бөлімшелерден), қорытындыдан және пайдаланылған әдебиеттер тізімінен тұрады.

Кіріспе бөлім зерттеу өзектілігіне, зерттеудің мақсатына, зерттелінетін есептердің математикалық модельдеуіне, қорғауға ұсынылатын нәтижелерге, зерттеу нысанына, алынған нәтижелердің ғылыми жаңалығына және олардың теориялық-практикалық құндылығына, сондай-ақ апробацияларға, автордың жарияланымдарына, диссертациялық жұмыстың мазмұнына, қорытындыға шолу жасаудан тұрады.

Диссертацияның **бірінші бөлімінде** ықтималдықтар теориясының *классикалық емес*, яғни қосылғыштардың бірқалыпты шексіз аздық шарты талап етілмейтін, шектік теоремаларының бірнеше нұсқалары үлестірім функциялары кеңістігінде енгізілетін Леви ара қашықтығы терминінде сипаттамалық функциялар әдісі мен ілесе жүруші үлестірімдер әдістерін қолдану арқылы дәлелденген және ол теоремалардың Линдеберг – Феллердің орталық шектік теоремаларын маңызды түрде жалпыландыратындықтары көрсетілген;

Диссертацияның **екінші бөлімінде** бірқатар параболалық теңдеулер мен теңдеулер жүйелерінің шешімдерінің теңдеулерге олардың оң жақтарында тұратын операторлар инфинитезималдық операторлары болатын кездейсоқ процесстерді сәйкес стохастикалық дифференциалдық теңдеулердің шешімі ретінде құрастырып, сосын сол процестердің траекториялары бойымен алынған шартты математикалық күтімдер түрінде жазуға болатындығы туралы теоремалар дәлелденген.

Алынған нәтижелер кездейсоқ процесстердің траекторияларының, процестердің стохастикалық интегралдарының және процестен алынған стохастикалық Ито интегралдарының әртүрлі функционалдарының бірлескен сипаттамалық функциясы үшін сәйкес параболалық теңдеулер алуға болатыны туралы тұжырымдарды дәлелдеу үшін пайдаланылған. Кейбір дербес жағдайларда бұл теңдеулердің шешімдерінің Лаплас түрлендіруі коэффициенттері тұрақты жай дифференциалдық теңдеуге келтірілетіні көрсетілген және сәйкес мысалдар келтірілген. Сонымен бірге оң жағы «ақ шу» типтес кездейсоқ процеспен ұйтқытылған бір параболалық теңдеудің шешімінің асимптотикалық нормалдылығы дәдедденген.

Кездейсоқ параболалық теңдеулерді орталандыруға қатысты сұрақтар кездейсоқ дельта– корреляцияланған ағындағы температура өткізгіштік теңдеуі жағдайы үшін қарастырылған және орташа температура мен бір уақыттығы екі нүктедегі орташа температура өрістер үшін сәйкес параболалық теңдеулер қорытылып шығарылған.

Диссертацияның **үшінші бөлімінде** сығылмайтын ағындағы магниттік индукция теңдеуі *кинематикалық қойылым*, яғни жылдамдықтар ағынының ықтималдықтық – статистикалық сипаттамалары белгілі деп есептелінетін, ал магнит өрісінің жылдамдықтар өрісіне кері әсері ескерілмейтін модель аясында зерттеуге арналған.

Бұл жерде қысқа корреляцияланған және марковтық тізбе құрайтын сығылмайтын жылдамдық ағындар деп аталған ағындарды белгілі бір мағынада жалпыландыратын *сығылмайтын сызықтық марковтық модель*

ұғымы енгізіліп, осы модельдегі магнит өрісі үшін анықталған арнайы мультипликативтік стохастикалық интеграл арқылы өрнектелетін айқын интегралдық формула алынған.

Үшінші бөлімнің 3.1 пунктінде инфинитезималдық операторы аргументтері бойынша қиғаш туындыларды да қамтитын өзгешеленген параболалық оператор болатын кездейсоқ процестің қатаң оң өту тығыздығы бар болатындығы туралы тұжырымның *Л.Хермандердің* екінші ретті гипоэллипстік дифференциалдық теңдеулер теориясынан шығатындығын ескере отырып, сығылмайтын сызықтық марковтық модельмен байланысқан стохастикалық мультипликативтік интеграл (матрицант), яғни арнайы марковтық матрицалардың мультипликативтік көбейтіндісі үшін *Ферстенберг типтес теорема* дәлелденген және бұл теореманы магнит өрісінің эволюциясын зерттеуге қолдану мәселелері қысқаша талданған.

Үшінші бөлімнің 3.2 пункті үш өлшемді кеңістіктегі магниттік индукция теңдеуін зерттеуге арналған. Мұнда ең алдымен *кинематикалық динамоның дискретті моделі* ұғымы енгізіліп, оның ықтималдықтық сипаттамасы берілген және магнит өрісі үшін жоғарыдағыларға ұқсас сұрақтар бұл дискретті модельдегі жылдамдықтар өрісі дельта – корреляцияланған гаустық өріс болатын жағдай үшін зерттелген. Атап айтқанда, алдымен магниттік индукция теңдеуінің оң жағында тұрған оператор инфинитезималдық операторы болатын процесс сәйкес стохастикалық дифференциалдық теңдеудің шешімі болатын процесс (Лагранждық траектория) ретінде анықталған да, магниттік индукция теңдеуінің шешімі Кац – Фейнман формуласының дискретті аналогы арқылы жазылған, ал магнит өрісінің моменттері мен сәйкес Ляпунов көрсеткіштерін зерттеу осы Кац – Фейнман жазылымына сүйене отырып, жүзеге асырылған.

3.2 – пунктте алынған негізгі нәтижелер:

1. Ляпуновтың ең үлкен көрсеткішінің қатаң оң $(\gamma_2 > 0)$ болатындығы дәлелденген (Ферстенберг типтес теорема);

2. γ_2 көрсеткішін табудың дәл (айқын) формуласы жазылған.

3. Магнит өрісінің тақ ретті моменттері нөлге тең болады, ал жұп ретті моменттерді, жеке жағдайда екінші ретті моментті, есептеудің дәл формулалары табылған.

4. γ_2 көрсеткіші үшін фазалық өту құбылысы (магнит өрісі энергиясының экспоненциалды өсу және кему аралықтары бар болатыны) орын алатыны туралы теоремалар дәлелденген және ол аралықтардың айқын түрлері көрсетілген.

Қорытынды бөлімде диссертациялық жұмысты орындау барысында алынған негізгі нәтижелер мен тұжырымдар келтірілді.

Енгізу дәрежесі. Диссертациялық жұмыста алынған нәтижелер ықтималдықтар теориясының орталық шектік теоремаларын пайдалануда, кездейсоқ параболалық теңдеулердің шешімдерін теңдеуге сәйкес процесстің траекториялары бойымен алынған шартты математикалық күтімдер арқылы жаза алу және шешімдерді осы жазылымдар негізінде зерттеуде және кездейсоқ матрицалардың әдеттегі және мультипликативтік көбейтінділерінің асимптотикалық беталыстарын табу барысында көмегін тигізеді.

Қолдану саласы. Алынған нәтижелер математиканың, гидродинамиканың, физиканың, ықтималдықтар теориясының, сипаттамалық функциялар, кездейсоқ процестер теориясы, мультипликативтік интегралдар теориясы, стохастикалық дифференциалдық теңдеулер теориясының есептерін шешуде қолданысын табады.

Үміткердің мақалаға үлесі. Диссертациялық жұмыста алынған нәтижелер бойынша Scopus және Web of Science деректер қорына кіретін журналдардан 3 мақала, отандық журналдардан 5 мақала, Қырғызстанда 1 мақала жарияланды. Мақалалардағы қолданылған әдіс-тәсілдер мен терең теориялық мағлұматтарды үміткер терең түсініп, ой елегінен өткізді. Сондай-ақ, әрбір бөлімдегі алынған нәтиже тікелей үміткермен байланысты. Алайда кейбір теориялық идеяны талап ететін тұстарда үміткер отандық және шетелдік жетекшілердің кеңесіне жүгініп отырды.